в точке D, основании первого перпендикуляра. Далее (12), для того чтобы восстановить в какой-нибудь точке плоскости перпендикуляр к ней, он опускает сперва из какой-нибудь внешней точки перпендикуляр на плоскость, после чего он проводит из данной точки прямую, параллельную этому перпендикуляру.

В этой книге Эвклид устанавливает, в частности, ряд теорем, которые пригодятся ему впоследствии при построении параллелепипедов и многогранников, как, например в 20 и 21,—известные теоремы о плоских углах многогранного угла. После этого в 22 подготовляется, а в 23 выполняется построение трехгранного угла по заданным плоским углам; для этого на сторонах углов, данных как грани искомого трехгранного угла, откладывают равные отрезки; потом в получившихся, таким образом, трех равнобедренных треугольниках берут их основания и по ним строят треугольник, вокруг которого описывают окружность; центр этой окружности и есть проекция вершины искомого трехгранника. Эвклид тщательно доказывает возможность этого построения, исходя, конечно, из условия, что грани удовлетворяют требованиям теорем 20 и 21; и, таким образом, он показывает, что эти условия достаточны.

Остальная часть книги посвящена, главным образом, вопросу о параллелепипедах, об отношениях между их величинами и заканчивается теоремой о нахождении объема треугольной призмы. Но в доказательствах этой книги есть отмеченный уже выше (стр. 96) недостаток, связанный с геометрическими гипотезами о стереометрических величинах.

В двенадцатой книге имеется среди прочих и теорема о нахождении объема пирамиды; мы еще будем иметь случай подробнее говорить о ней, а также и о нахождении других объемов, получаемых в этой книге с помощью метода исчерпывания.

Конец стереометрии находится в тринадцатой книге, посвященной вопросу о нахождении пяти правильных многогранников, а также величины их ребер по величине диаметра описанного шара. Для этого необходимы некоторые геометрико-алгебраические леммы, а также более полное определение сторон правильных многоугольников, чем это было сделано в четвертой книге посредством построения многоугольников.

Первые предложения можно выразить на языке нашей современной алгебры следующим образом: если x и y представляют части отрезка, разделенного в среднем и крайнем отношении, причем $x > y$, то

$$x + \frac{a}{2} = \frac{a}{2}\sqrt{5}. \tag{1}$$

[2 представляет теорему обратную 1];

$$y + \frac{x}{2} = \frac{x}{2}\sqrt{5}, \tag{3}$$

$$a^2 + y^2 = 3x^2, \tag{4}$$

$$a^2 = x(a + x); \tag{5}$$